CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanţa, 15.02.2015

Clasa a XI-a

filiera tehnologică : profil tehnic, toate specializările

filiera tehnologică: profil servicii, specializarea resurse naturale şi protecţia mediului

Barem de corectare şi notare

SUBIECTUL 1

a) $A^2=\begin{pmatrix}14 & 5\\ 25 & 9\end{pmatrix}$ ……………..………….**1 p**; $f(A)=\begin{pmatrix}43 & 17\\ 85 & 26\end{pmatrix}$………………………..……….. **3 p**

b) $AX=XA$, $X=\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}3x+5y & x+2y\\ 3z+5t & z+2t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3x+z & 3y+t\\ 5x+2z & 5y+2t\end{pmatrix}$…**1 p**$\Rightarrow\begin{cases}z=5y\\ y-x+t=0\\ x-y-t=0\end{cases}$ sau $\begin{cases}z=5y\\ x-y-t=0\end{cases}$.**1 p**

Fie $y=\alpha\in R$; $t=\beta\in R\Rightarrow x=\alpha+\beta$ şi $z=5\alpha\Rightarrow X=\begin{pmatrix}\alpha+\beta & \alpha\\ 5\alpha & \beta\end{pmatrix}$……….……………………. **1 p**

SUBIECTUL 2

a) $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{(1-x)(1+x+x^2)}\right)=\lim\limits_{x\to1}\frac{1+x+x^2-3}{(1-x)(1+x+x^2)}$……**1 p**, $\lim\limits_{x\to1}\frac{(x-1)(x+2)}{-(x-1)(1+x+x^2)}=\frac{3}{-3}=-1$………**2 p**,

b) $\lim\limits_{\substack{x\to2\\ x<2}}\frac{a\ln(1+(2-x))}{-(2-x)}=-a$ ………..**1 p**; $\lim\limits_{\substack{x\to2\\ x>2}}\frac{2^2\cdot(2^{x-2}-1)}{x-2}=4\ln2$ ……………………..**1 p**

$\lim\limits_{x\to2}f(x)=f(2-0)=f(2+0)$….….**1p**; $-a=4\ln2\Rightarrow a=-4\ln2$ ………………………………..**1 p**

SUBIECTUL 3

Avem L= $\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln[\ln(e+\ln x)]}{\ln[\ln(e+x-1)]}=\frac{0}{0}$. Atunci, folosim $\lim\limits_{u(x)\to0}\frac{\ln(u(x)+1)}{u(x)}=1$. ……………...….**1p**

Deci, L= $\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln\{1+[\ln(e+\ln x)-1]\}}{\ln(e+\ln x)-1}\cdot\frac{\ln(e+\ln x)-1}{\ln(e+x-1)-1}\cdot\frac{\ln(e+x-1)-1}{\ln\{1+[\ln(e+x-1)-1]\}}$ ……..............**2p**

$=\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln(e+\ln x)-1}{\ln(e+x-1)-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln\left(1+\frac{1}{e}\cdot\ln x\right)}{\frac{1}{e}\cdot\ln x}\cdot\frac{\frac{1}{e}\cdot\ln x}{\frac{1}{e}\cdot(x-1)}\cdot\frac{\frac{1}{e}\cdot(x-1)}{\ln\left[1+\frac{1}{e}\cdot(x-1)\right]}$ …......................…**2p**;

$=\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln x}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln[1+(x-1)]}{x-1}=1$ .. …..……**2p**

SUBIECTUL 4

a) Dacă $P(x,y)\in G_f\Rightarrow y=f(x)=x^2-3x+1$. ……………………….........................…….. **1p**

Elementele mulţimii M sunt punctele de intersecţie ale dreptei AB cu G_f. Avem:

$AB:\begin{vmatrix}x & y & 1\\ -1 & 0 & 1\\ 3 & -2 & 1\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow x+2y+1=0$, iar coordonatele lui P sunt soluţiile sistemului $\begin{cases}x+2y+1=0\\ y=x^2-3x+1\end{cases}$. ……..**2p**;

Găsim $M=\left\{P_1(1,-1);\ P_2\left(\frac{3}{2},-\frac{5}{4}\right)\right\}$ ……..…….**1p**

b) Avem $A_{\Delta PBC}=\frac{1}{2}\cdot|\Delta|$, cu $\Delta=\begin{vmatrix}x & x^2-3x+1 & 1\\ 3 & -2 & 1\\ 4 & -1 & 1\end{vmatrix}$. ….. **1p**; $\Delta=x^2-4x+6=(x-2)^2+2>0,\ \forall x\in R$ …**1p**

Deci, $A_{\Delta PBC}=\frac{1}{2}(x-2)^2+1\geq1$, cu valoarea minimă egală cu1, obţinută pentru $x=2$, de unde $P(2,-1)$ este punctul cerut. ……...…… **1p**